

COMPRESSION OEDOMETRIQUE D'UN MATERIAU GRANULAIRE: EVALUATION DES DIFFERENTES ENERGIES MISES EN JEU LORS DE LA RUPTURE A L'AIDE D'ELEMENTS DISCRETS

OEDOMETRIC COMPRESSION OF A GRANULAR MATERIAL: COMPUTATION OF ENERGIES INVOLVED DURING BREAKAGE WITH A DISCRETE ELEMENT MODELLING

François NADER¹, Claire SILVANI¹, Irini Djeran-Maigre¹

¹ Laboratoire GeoMaS, INSA LYON, Villeurbanne, France

RÉSUMÉ – Un modèle numérique permettant de simuler le comportement de matériaux granulaires présentant des ruptures de grains, en utilisant la méthode des éléments discrets de type "Non-Smooth Contact Dynamics" est proposé. Le modèle reproduit des grains 3D ayant des formes complexes, capables de se fissurer. Il est d'abord éprouvé lors de simulations d'écrasement de blocs entre deux plaques puis testé lors de simulations de compression œdométrique. Des expérimentations numériques sont menées afin d'étudier les énergies mises en jeu dans ces essais lors de la rupture : énergie de redistribution et de création de surface. Les résultats sont proches de ceux de la littérature.

ABSTRACT – A numerical model able to simulate the grain breakage with the discrete element method, using the "Non-Smooth Contact Dynamics" is presented. The model reproduces 3D grains having complex shapes, and it is tested in diametral and in oedometric compressions. Then, numerical simulations are carried out to evaluate the different energies taking place during the breakages (surface creation and redistribution energies). The surface creation energy is estimated. Results are closed to the ones found in the literature.

1. Introduction

Les structures de génie civil construites en enrochements subissent des déformations tout au long de la vie de l'ouvrage, en raison de la rupture possible du matériau et des réarrangements qui s'en suivent sous leur poids propre. La rupture des grains joue un rôle principal dans le comportement de ces matériaux granulaires grossiers. Les ruptures peuvent apparaître pour des contraintes faibles, alors qu'elles apparaissent pour de plus fortes contraintes pour les milieux granulaires plus fins. Ces ruptures sont favorisées par l'angularité et la taille des grains. Les ruptures peuvent être de plusieurs nature : abrasion, épaufrage d'arêtes ou rupture globale de blocs.

Pour maîtriser les tassements, le compactage de matériaux de granulométries plutôt étalées est utilisé afin de combler les pores de différentes tailles. Les enrochements sont également de nos jours arrosés pendant le compactage afin de faciliter les réarrangements lors de la mise en place, par la lubrification des contacts et l'épaufrage des arêtes qui est également favorisé. Malgré ces précautions, ces ouvrages peuvent connaître des tassements importants qui peuvent atteindre des niveaux dangereux dans le cas des barrages ou des murs de soutènement.

Pour ces différentes raisons, il est important de bien comprendre le comportement de ces matériaux en enrochements. Depuis les années 1960 les expérimentations réalisées ont montré les points sensibles de ces matériaux (Marachi et al., 1970, Marsal, 1973,

Alonso et al., 2012, Ovalle et al., 2013, ...). Les essais expérimentaux s'avèrent être la méthode la plus fiable pour appréhender le comportement de ces matériaux sous différents types de chargements, mais leurs réalisations sont peu pratiques et coûteuses, surtout quand il s'agit d'échantillons de grandes dimensions nécessitant de grands dispositifs expérimentaux. La modélisation numérique semble alors une alternative pour pouvoir comprendre et prévoir le comportement des structures en enrochements, et proposer des solutions pour éviter les risques que peuvent éventuellement poser ce type de structures.

Étant donné la nature discontinue de ces matériaux, la méthode des éléments discrets semble être la méthode la mieux adaptée pour décrire le comportement de ces matériaux granulaires, donnant accès à des paramètres qui ont un sens physique clair (forme des grains, rugosité, densité, ...). Le présent travail propose ainsi un modèle de grain de forme polyédrique (convexe) tridimensionnelle capable de se fissurer, utilisé dans les simulations numériques discrètes afin de reproduire de manière réaliste les formes de grains présentes dans la nature. Ce modèle de grain est testé lors d'essais de compression diamétrale puis inséré dans un échantillon œdométrique et donc, multigrains. Une méthode est ensuite proposée pour estimer les différentes énergies mises en jeu lors du chargement et donc de la rupture des grains.

2. Modèle de grain cassable et essai de compression d'un grain

Ce modèle de grain proposé considère un grain comme un assemblage de particules tétraédriques liées par une loi cohésive basée sur un critère de rupture de Mohr-Coulomb. Aucune porosité n'est considérée à l'intérieur de ce « macro-grain ». Les "morceaux" générés par la rupture ont donc des formes anguleuses également. Ce modèle est implémenté dans la plateforme logicielle LMGC₉₀, basé sur la méthode Non-Smooth Contact Dynamics (Jean et Moreau, 1992), qui suppose en particulier que tous les corps sont rigides. Les formes de grains générés par le modèle sont visibles sur la figure 1.

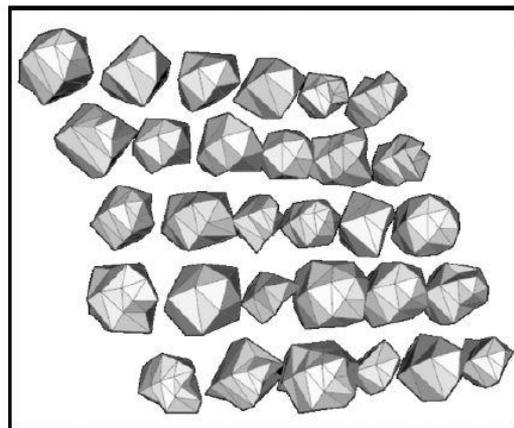


Figure 1. Echantillons de grains polyédriques cassables générés aléatoirement.

Les paramètres d'entrée du modèle sont : les cohésions normales (C_n) et tangentielles (C_t avec ici $C_t = \mu C_n$), et l'angle de frottement entre les particules (avec $\mu = \tan \varphi$). Quand l'état de contrainte atteint le critère de rupture de Mohr-Coulomb, la cohésion entre les particules est perdue et les particules interagissent alors entre elles par contact et frottement.

Des essais de compression sur un même grain en faisant varier la cohésion (Nader et al., 2017a), et également sur différents grains de différentes tailles sont menés (figure 2). Notons que la surface cohésive est maintenue constante (afin d'avoir la même contrainte

de rupture locale entre 2 particules élémentaires), alors que la taille globale du grain augmente. La contrainte de rupture est calculée d'après la définition proposée par Jaeger (Jaeger, 1967) :

$$\sigma_R = F_R/d^2 \quad (1)$$

Avec F_R , la force de rupture, et d la taille du grain (longueur maximale du grain). La contrainte de rupture diminue quand la taille des grains augmente : l'effet d'échelle a pu donc être simulé par le modèle. En effet, quand la taille des grains augmente, la probabilité de trouver un défaut dans le volume augmente, d'après la théorie de probabilité de rupture de Weibull (1951).

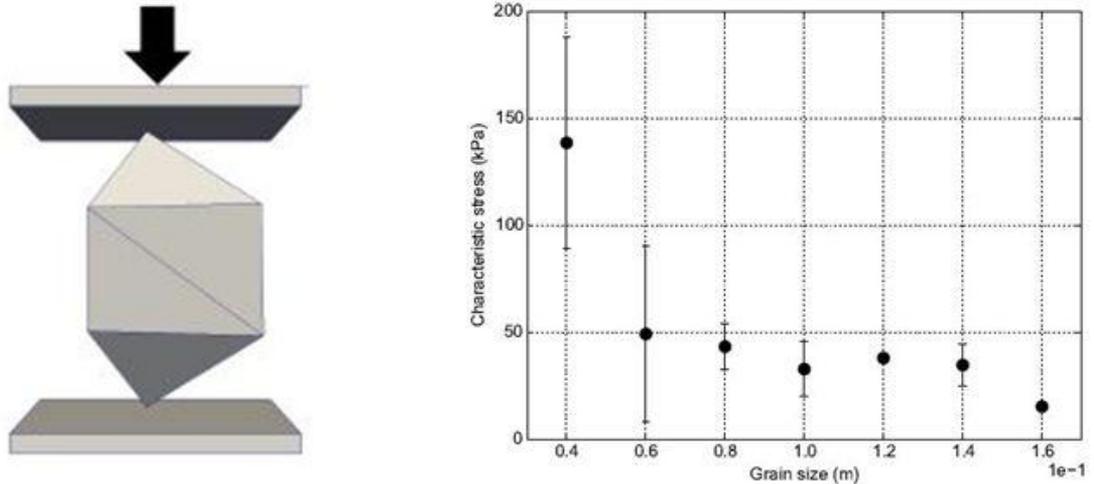


Figure 2. Essai de compression d'un grain et contrainte de rupture σ_R pour des grains de tailles différentes pour un jeu de paramètres ($C_n=10^3$ kPa, $\mu=0.4$) .

3. Estimations de différentes énergies mises en jeu lors d'une compression œdométrique

3.1. Essais œdométriques de grains cassables et non cassables

Un échantillon de 850 grains est généré (par dépôt gravitaire), avec une granulométrie initiale uniforme et une dimension de grain égale à 4 cm (figure 3). La taille de l'échantillon avant compression est de 30 x 30 x 26 cm (26 cm étant la hauteur de l'échantillon).

Une première simulation de compression œdométrique est réalisée sur un échantillon déposé sans discrétisation en particules, afin de simuler le comportement d'un milieu formé de grains non cassables. Une deuxième simulation est réalisée avec le même chargement, ayant discrétisé les grains pour permettre leur rupture (grains cassables). L'échantillon de grains cassables est formé de 10700 particules tétraédriques (~12 particules par grain). Pendant la compression œdométrique, la réaction exercée par les grains sur la plaque supérieure est suivie et la contrainte est alors calculée ; ainsi que l'évolution de l'indice des vides et de la déformation verticale (figure 3). Les courbes des deux simulations (grains cassables et grains non cassables) montrent chacune un changement de pente : une faible pente sous faibles contraintes, puis un passage à une pente plus élevée en valeur absolue. Ce résultat est attendu pour un essai de compression œdométrique.

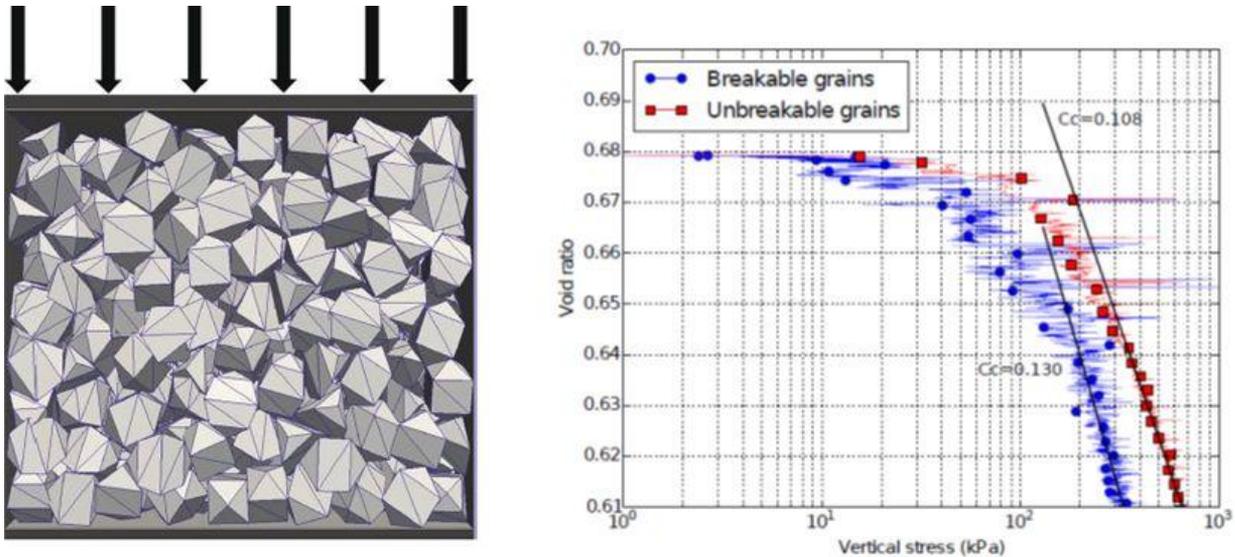


Figure 3. Echantillon numérique de grains avant la compression œdométrique et courbes œdométriques $e - \log \sigma$ (courbes médianes) pour les échantillons de grains cassables et non cassables

3.2. Définitions des énergies mises en jeu lors de la rupture

On s'intéresse ensuite à la comparaison des travaux externes ($W_{ext} = Force\ réaction \times déplacement$) des deux échantillons (figure 4). Au début du chargement (jusqu'à $\epsilon = 4\%$), le travail externe des grains non cassables est très proche de celui des grains cassables, puis au cours de la compression, l'échantillon des grains non cassables se rigidifie, le travail externe de l'échantillon de grains cassables exhibent des valeurs inférieures, car la liberté de mouvement des grains est alors plus grande.

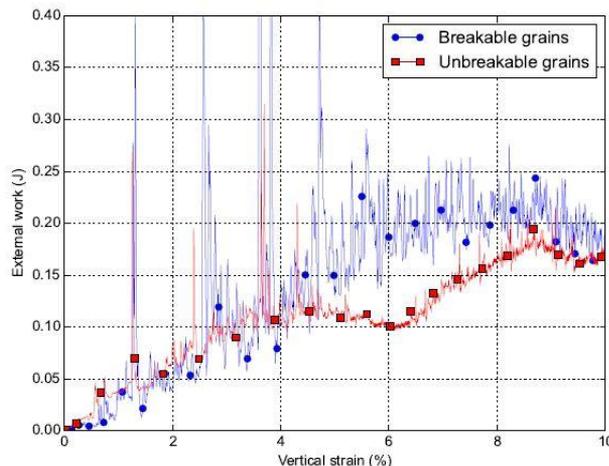


Figure 4. Évolution du travail externe lors de la compression œdométrique des échantillons de grains cassables et non cassables

Une énergie de rupture à partir de la comparaison cassables/non cassables est ensuite calculée, et correspond à la différence entre les deux courbes de la figure 4. Cette énergie de rupture correspond physiquement à la somme de deux énergies : une énergie nécessaire pour la création de nouvelles surfaces par la rupture des grains E_{surf} , et une énergie due au réarrangement des fragments résultants de la rupture E_{redist} (Nader et al., 2017b). McDowell et al. (1996) ont proposé l'équation (1) afin de calculer l'énergie de création de surface *par unité de volume* produite par la rupture des grains :

$$\Delta E_{surf_volume} = \Gamma \frac{\Delta S}{V_S(1+e)} \quad (2)$$

avec Γ (N/m) l'énergie spécifique de surface selon la théorie de Griffith (1921), ΔS : surface créée, V_S : volume du solide, e : indice des vides donc $V_S (1 + e)$ est égal au volume total.

L'incrément de travail plastique total ΔW_{plast} généré lors du chargement est égal à la somme de l'énergie dissipée par frottement ΔE_{diss} et de l'énergie due à la rupture des grains ΔE_{rupt} (avec E_{diss} égale à la somme des forces de frottements aux contacts multipliées par les déplacements relatifs aux contacts pendant deux pas de temps consécutifs). En prenant en compte que, l'énergie de rupture est à son tour divisée en une partie de création de surface ΔE_{surf} et une autre partie de redistribution de l'énergie cinétique via les fragments rompus ΔE_{redist} , et en simplifiant la notation des équations, à l'aide du rapport $R = \frac{\Delta E_{redist}}{\Delta E_{surf}}$ (non constant pour un essai donné) défini par Russell (2011), on obtient l'équation (3) :

$$\Delta W_{plas} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{rupt} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{surf} + \Delta E_{redist} = \Delta E_{diss} + \Delta E_{surf}(1 + R) \quad (3)$$

En utilisant l'équation (3), et en considérant l'énergie totale de création de surface (et non pas par unité de volume), ΔE_{rupt} s'écrit comme suit :

$$\Delta E_{rupt} = \Delta S \Gamma(1 + R) \text{ ou encore } \Gamma(1 + R) = \frac{\Delta E_{rupt}}{\Delta S} \quad (4)$$

L'étape suivante consiste à estimer une valeur de l'énergie spécifique Γ .

3.3. Estimation de l'énergie spécifique de surface Γ

L'énergie spécifique Γ est un paramètre intrinsèque propre au matériau soumis à la rupture. Afin d'estimer la valeur de Γ propre au matériau modélisé numériquement utilisé dans les simulations œdométriques, une série de simulations est réalisée en divisant un seul grain en particules tétraédriques, tout en gardant le reste des grains non cassables, et l'échantillon est complètement identique initialement (voir figure 5). 11 simulations sont réalisées, en sélectionnant pour chaque cas un grain de façon aléatoire. La méthode proposée suppose que $\Delta E_{rupt} = \Delta E_{surf}$, donc que toute l'énergie de rupture est transformée en énergie de création de surface, vu qu'un seul grain casse, donc que la part de ΔE_{rupt} qui provient de la redistribution ΔE_{redist} est négligée (soit $R = 0$). L'écart sur les courbes entre les travaux externes des échantillons à 1 grain cassable et à grains non cassables permet de calculer l'énergie de rupture en utilisant le même principe expliqué précédemment :

$$\Delta E_{rupt} = W_{ext}(1 \text{ grain cassable}) - W_{ext}(\text{non cassables}) \quad (5)$$

L'énergie de surface est $\Delta E_{surf} = \Delta S \times \Gamma$. Pour chaque simulation les valeurs de ΔE_{rupt} et ΔS sont relevées. Une valeur moyenne de Γ est ainsi calculée $\Gamma = \frac{1}{11} \sum \left(\frac{\Delta E_{rupt}}{\Delta S} \right)$ pour les 11 simulations où les grains cassables sont sélectionnés aléatoirement. Le nombre de cas testés est limité à cause des temps de calculs prohibitifs.

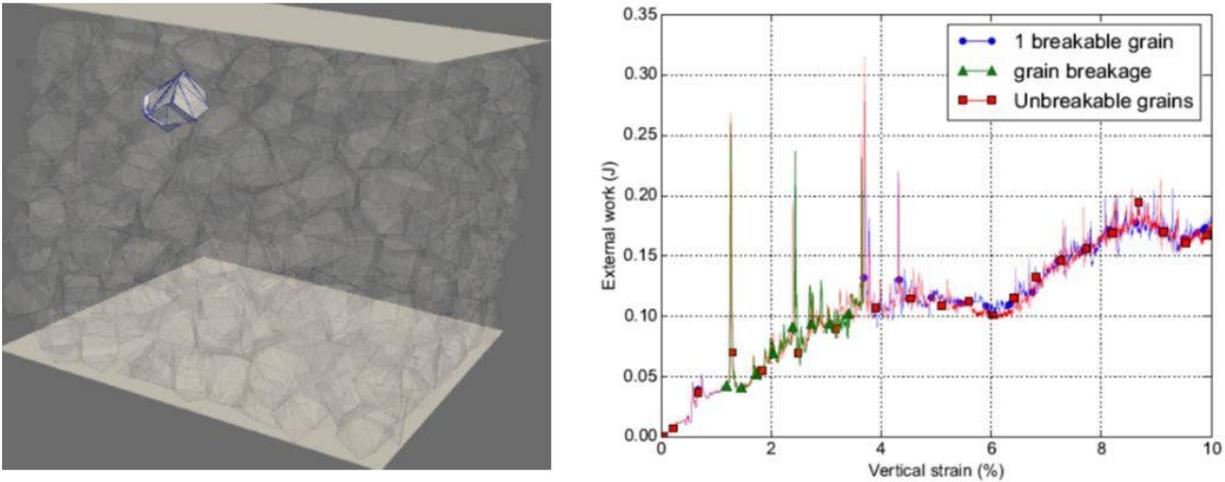


Figure 5. Exemple d'une compression œdométrique d'un grain cassable parmi un ensemble de grains non cassables et évolution du travail externe lors de cette compression œdométrique

Etant donné la grande valeur de l'écart type par rapport à la valeur moyenne calculée, et la présence de points très écartés de la moyenne, la loi statistique normale pour sélectionner uniquement les valeurs de Γ comprises dans l'intervalle centré à la moyenne et de demi largeur égale à 90% de l'écart type a été utilisée. On obtient ainsi la valeur moyenne suivante pour $\Gamma = 10$ N/m. Cette valeur estimée de l'énergie spécifique de surface est de même ordre de grandeur que les valeurs proposées dans la littérature (Friedman et al., 1972, Ashby and Jones, 2006).

3.4. Comparaison des résultats numériques avec les essais de la bibliographie

Dans cette partie, la simulation œdométrique de l'échantillon à 850 grains cassables est reprise. On cherche à évaluer la part des énergies de surface et de redistribution dans la simulation où les grains peuvent se casser. La valeur de Γ calculée au paragraphe précédent est ainsi reprise pour calculer l'énergie de redistribution :

$$\Delta E_{redis} = \Delta E_{rupt} - \Delta E_{surf} = \Delta E_{rupt} - \Gamma \times \Delta S \quad (6)$$

La figure 6 montre l'évolution des énergies de redistribution et de création de surface en fonction de la déformation verticale pour $\Gamma = 10$ N/m. Les deux énergies diminuent en fonction de la déformation, mais en calculant la pente de la droite de régression de chacune des énergies, une diminution plus importante de l'énergie de création de surface ΔE_{surf} est remarquée par rapport à la diminution de de l'énergie de redistribution ΔE_{redist} . Ces résultats indiquent donc qu'au début de la compression, la dissipation de l'énergie de rupture sous forme d'énergie de création de surface est plus importante que la dissipation sous forme d'énergie de redistribution. Mais quand la compression augmente, l'ordre s'inverse, et la dissipation de l'énergie par dissipation devient plus importante.

Afin de valider ces résultats, des comparaisons sont réalisées avec l'étude expérimentale d'Ovalle et al. (2013), réalisée sur du sable. Les résultats expérimentaux ont montré que $\Gamma(1 + R)$ est faible pour les faibles valeurs de ΔE_{rupt} donc sous faibles contraintes puis augmente pour les fortes valeurs de ΔE_{rupt} (sous fortes contraintes) (figure 7).

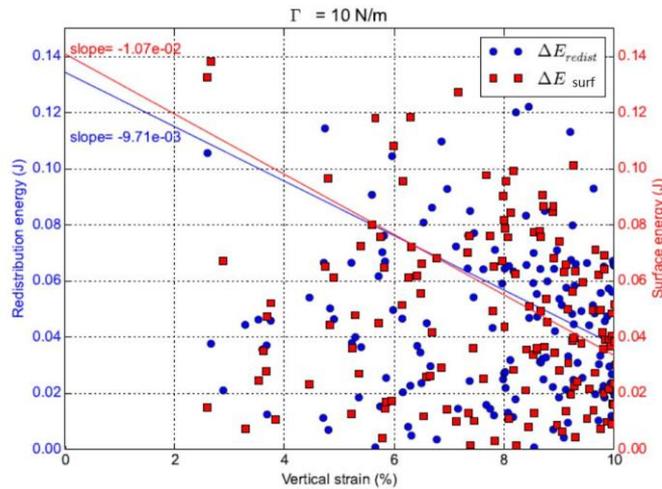


Figure 6. Variation des énergies de redistribution ΔE_{redist} et de surface ΔE_{surf} en fonction de la déformation lors de la compression oedométrique de 850 grains cassables

Cela indique que sous faibles contraintes, l'énergie de création de surface ΔE_{surf} est plus importante que l'énergie de redistribution ΔE_{redist} , mais avec l'avancement du chargement, cet ordre s'inverse. Du point de vue physique, Ovalle et al. (2013) ont proposé les explications suivantes :

- sous faibles contraintes, les forces de contact agissant sur les grains qui cassent peuvent être transmises aux grains voisins sans beaucoup de réarrangement ;
- sous fortes contraintes, les grains voisins ne peuvent pas supporter les forces transmises, et un réarrangement global des grains est nécessaire pour résister au chargement. Ces phénomènes sont illustrés sur la figure 7.

En comparant avec les résultats numériques obtenus pour la valeur $\Gamma = 10$ N/m, la même tendance est observée : une pente supérieure en valeur absolue pour l'énergie de création de surface ΔE_{surf} indique que cette énergie diminue de façon plus importante, donc la valeur de $R = \frac{\Delta E_{redist}}{\Delta E_{surf}}$ augmente, et par conséquent la valeur de $\Gamma(1 + R)$ augmente.

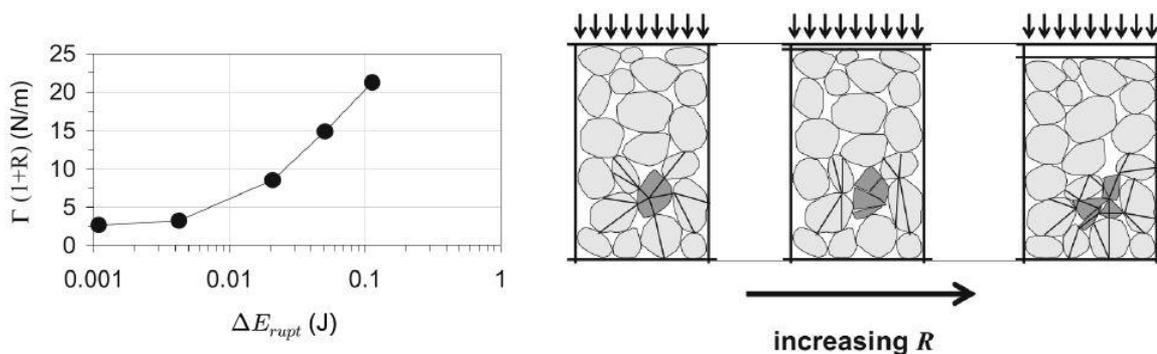


Figure 7. Variation de $\Gamma(1 + R)$ en fonction de l'énergie de rupture et schéma du réarrangement des grains dû à la rupture selon Ovalle et al. (2013)

4. Conclusions

Les expérimentations numériques menées dans ce travail ont pour but d'étudier les énergies mises en jeu lors de la rupture des grains. Pour cela, un modèle numérique de grain cassable est élaboré. Le modèle est validé lors de simulations de compression

diamétrale de grains, puis le modèle de grains est inséré dans un échantillon multigrains avec un chargement œdométrique.

Dans un premier temps, l'énergie de rupture ΔE_{rupt} est calculée comme étant la différence entre les travaux externes des simulations œdométriques à grains cassables et à grains non cassables. Le suivi de cette énergie de rupture permet d'observer des phénomènes de blocage du mouvement des grains suivi d'une rupture de grains.

Ensuite plusieurs simulations, où un seul grain est cassable, sont utilisées pour estimer une valeur de l'énergie spécifique de surface $\Gamma = 10 \text{ N/m}$. Cette valeur est par la suite utilisée pour calculer les énergies de création de surface ΔE_{surf} et de redistribution de l'énergie cinétique due à la rupture ΔE_{redist} dans l'échantillon où tous les grains sont cassables. La comparaison qualitative de la variation de ces énergies au cours de la compression est en accord avec les résultats obtenus expérimentalement par Ovalle et al. (2013) : sous faible compression, la dissipation de l'énergie de rupture sous forme d'énergie de création de surface est plus importante que celle sous forme de redistribution de l'énergie cinétique. Quand la compression avance, cet ordre s'inverse.

Des investigations plus poussées devront être menées afin de vérifier l'évolution de la valeur de l'énergie spécifique de surface Γ en fonction du type de rupture (mode I ou II).

5. Références bibliographiques

- Alonso, E., Tapias, M., and Gili, J. (2012). Scale effects in rockfill behaviour. *Géotechnique Letters*, 2(July-September), pp. 155-160
- Ashby, M. and Jones, D. (2006). *Engineering Materials 1*, volume 1. Elsevier, Oxford.
- Friedman, M., Handin, J., and Alani, G. (1972). Fracture-surface energy of rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 9(6), pp. 757-764.
- Griffith, A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 221, pp. 163-198.
- Jaeger, J. (1967). Failure of rocks under tensile conditions. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 4(2), pp. 219-227.
- Jean, M. and Moreau, J. (1992). Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections. In *Proceedings of Contact Mechanics International Symposium*, vol. 1, pp. 31-48, Lausanne, Switzerland
- Marachi, N. (1970). Strength and deformation characteristics of rockfill materials. Report No. TE-69-5, Department of civil engineering, University of California, Berkeley.
- Marsal, R. (1973). Mechanical properties of rockfill. *Embankment dam engineering. Casagrande Volume*, RC Hirschfeld & SJ Poulos, (eds). John Wiley & Sons, New York.
- McDowell, G., Bolton, M., and Robertson, D. (1996). The fractal crushing of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(12), pp. 2079-2101.
- Nader, F., Silvani, C., and Djeran-Maigre, I. (2017a). Grain breakage under uniaxial compression using a three-dimensional discrete element method. *Granular Matter*, 19(3), pp. 19-53.
- Nader, F., Silvani, C., and Djeran-Maigre, I. (2017b). Grain breakage under uniaxial compression, through 3D DEM modelling. In *Powders and Grains 2017*, vol. 140, page 07005, Montpellier, France. EDP Sciences.
- Ovalle, C., Dano, C., and Hicher, P. (2013). Experimental data highlighting the role of surface fracture energy in quasi-static confined comminution. *International Journal of Fracture*, 182(1), pp. 123-130.
- Russell, A. (2011). A compression line for soils with evolving particle and pore size distributions due to particle crushing. *Géotechnique Letters*, 1(January-March), pp. 5-9.
- Weibull, W. (1951). Wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18, pp. 293-297.

