

FONCTIONS D'IMPEDANCE D'UN RADIER ENFOUI DANS UN SOUS-SOL COMPLEXE

IMPEDANCE FUNCTIONS OF EMBEDDED SLAB IN A COMPLEX BASEMENT

Sébastien REYNAUD¹, Pierre-Louis REGAZZONI¹, Stéphane CAZADIEU², Florence REYMOND³, Vincent BOUTIN³, Laurent CADET³

¹ Egis Géotechnique, Seyssins, France

² Egis Industrie, Montreuil, France

³ CEA DAM, Bruyères-le-Châtel, France

RÉSUMÉ – La prise en compte de l'interaction sol-structure est une étape importante pour le dimensionnement des ouvrages sous sollicitations sismiques. Nous présentons l'influence du contraste de rigidité du sous-sol sur les fonctions d'impédance d'un radier enfoui. Une comparaison est faite entre les solutions de cas types de la littérature issues d'une résolution analytique et la solution d'un modèle numérique sous FLAC 3D.

ABSTRACT – The soil-structure interaction is an important step in the design process of structures under seismic conditions. The following article deals with the influence of soil layers stiffness contrast over impedance functions for an embedded slab. Therefore, a comparison for standard case solutions between an analytical resolution and a numerical solution from a 3D FLAC model has been studied.

1 Introduction

Les fonctions d'impédance permettent de modéliser l'interaction sol-structure dans le cadre d'une analyse modale spectrale. Nous présentons des calculs d'impédances pour le cas d'un radier rectangulaire enfoui, le sous-sol étant caractérisé par des sous-couches alluviales à fort contraste de rigidité (variation de la vitesse des ondes de cisaillement V_s de 210 à 330 m/s) reposant sur un substratum marno-calcaire présentant un pendage significatif (50% environ) et une rigidité moyenne pour une formation rocheuse (V_s de 480 m/s). Un modèle numérique aux différences finies a été réalisé sous FLAC 3D afin de prendre en compte la géométrie précise du radier et du sous-sol. Les solutions de ce modèle ont été comparées à celles de cas types issues d'une résolution analytique (demi-espace infini, monocouche reposant sur un substratum tabulaire et bicouche).

La comparaison des solutions a mis en évidence l'influence, sur le terme de raideur, de la rigidité élevée d'une sous-couche alluviale et l'influence de la rigidité relativement faible du substratum. Ces facteurs sont prépondérants face à la profondeur du substratum et affectent tous les degrés de liberté dans une proportion différente. La fréquence fondamentale du sous-sol a également joué un rôle important.

2 Principales hypothèses

2.1 Hypothèses de sol

Le projet est constitué d'une installation industrielle dont le radier est enfoui dans le sol de 12 m environ. Les dimensions du radier sont approximativement de 35 m de longueur (selon l'axe X) et 20 m de largeur (selon l'axe Y). La nature du sous-sol est essentiellement alluvionnaire et présente une compacité variable globalement croissante

avec la profondeur. Le substratum marno-calcaire présente un pendage marqué dans le plan de la longueur du radier (Axe X). Sa profondeur est de 22,7 m à l'axe du radier (cf. Figure 4).

Le comportement du modèle de sol est défini par des lois viscoélastiques linéaires dans le domaine équivalent. Le module de déformation est donc adapté aux distorsions imposées par le séisme en champs libre. Ces distorsions ont été évaluées à partir du calcul de la contrainte moyenne de cisaillement d'une colonne de sol selon la formule de Seed et Idriss (1971) et à partir des lois d'évolution du module de cisaillement en fonction de la distorsion $G=f(\gamma)$. Deux références ont été considérées pour les lois de dégradation du module de cisaillement et les lois d'évolution du taux d'amortissement critique, la loi de Vucetic et Dobry (1991) et la loi de Seed et Idriss (1984). A partir de la distorsion moyenne calculée, il est fait usage de lois des mêmes références pour l'évaluation du taux d'amortissement interne du sol $\beta=f(\gamma)$. Le Tableau 1 indique les paramètres du modèle viscoélastique linéaire pris en compte dans le modèle numérique.

Tableau 1. Paramètres du modèle de sol viscoélastique linéaire dans le domaine équivalent

Lithologie	γ (kN/m ³)	G_{max} (MPa)	Taux amort. interne (%)	G_{dyn_moyen} (MPa)	E_{dyn_moyen} (MPa)	Coeff. de Poisson
Remblai	18,0	173	2,0	164	426	0,3
Alluvion type 1	20,5	280	3,5	254	660	0,3
Alluvion type 2	21,0	690	5,0	448	1 165	0,3
Substratum altéré	22,0	-	3,0	194	504 ⁽¹⁾	0,3
Substratum sain	25,0	-	3,0	1 154	3 000 ⁽¹⁾	0,3

(1) Module déduit des essais en laboratoire

Un paramétrage a été effectué sur le module de cisaillement dynamique de façon uniforme sur l'ensemble des couches. A partir de l'hypothèse moyenne, les modules dynamiques ont été calculés pour une hypothèse minimale et maximale en procédant à une majoration d'un facteur 2 pour l'hypothèse maximale et à une minoration d'un facteur 0,5 pour l'hypothèse minimale. Nous présentons les résultats avec le module $G_{dyn_minimal}$. Nous indiquons dans le Tableau 2 la vitesse sismique correspondante.

Tableau 2 : Modèle de sol correspondant aux résultats présentés ($G_{dyn_minimal}$)

Lithologie	Prof. du toit axe radier (m)	ρ (t/m ³)	$G_{dyn_minimal}$ (MPa)	V_s (m/s)
Remblai (Rb)	0,0	1,80	82	213
Alluvion type 1 (All1)	2,0	2,05	127	249
Alluvion type 2 (All2)	11,5	2,10	224	327
Substratum altéré (Subs_alt)	18,0	2,20	97	210
Substratum sain (Subs_sain)	22,7	2,50	577	480

On notera la vitesse moyenne des terrains meubles (constitués de l'ensemble {remblai, alluvions et substratum altéré}) de **253** m/s ($\Sigma hi / \Sigma (hi / Vs_i)$).

3 Méthodologie de calcul

Les fonctions d'impédance sont calculées grâce à un modèle numérique dans lequel la fondation et le sol sont discrétisés en différences finies. Ce modèle numérique est effectué avec le logiciel FLAC 3D version 6.0 configuré pour le calcul dynamique. Cette méthode présente l'avantage de modéliser le radier et le sous-sol dans leur configuration réelle aussi précisément que possible et sans limitation (avec épaisseur, inclinaison précise des couches de sol et forme exacte du radier), contrairement aux autres méthodes existantes (analytiques ou par sous-structuration). Compte-tenu de la configuration connue du sous-sol, ce type de modélisation présente un intérêt certain.

Le principe de modélisation repose sur une sollicitation du sol sous forme de déplacement imposé sous le radier, ce qui permet de garantir la condition de rigidité de la fondation. Les nœuds du modèle en sous-face du radier sont pilotés en déplacement pour simuler les mouvements de translation ou de rotation. La réponse calculée est alors un effort sur chacun de ces nœuds.

Le modèle numérique permet d'intégrer « physiquement » l'amortissement radiatif. En ce qui concerne l'amortissement matériel du sol, dans la mesure où les lois de comportement du sol sont des lois élastiques linéaires dans le domaine équivalent (condition de linéarité imposée par le calcul des impédances), il est fait usage conventionnellement d'un amortissement de calcul. L'amortissement matériel retenu pour les calculs est celui de Rayleigh. Les coefficients α et β , respectivement de la matrice de rigidité et de la matrice de masse, propres à ce modèle de Rayleigh, sont ajustés pour que l'amortissement reste constant dans la gamme de fréquence du signal et soit équivalent à l'amortissement matériel défini.

La sollicitation appliquée de façon répartie sur chaque nœud du radier est une fonction harmonique d'amplitude A et de pulsation ω , de la forme : $P(t) = A \cdot \sin(\omega t)$. Ce signal est entretenu jusqu'à stabilisation du modèle et jusqu'à l'obtention d'un régime permanent. Le signal d'entrée et le signal de sortie subissent ensuite une transformation de Fourier pour calculer les fonctions d'impédance. Il s'agit d'une transformation de Fourier discrète sous FLAC 3D.

L'impédance $K(\omega)$ est une fonction complexe dont la partie réelle (Re) représente la raideur et la partie imaginaire (Im) permet d'en déduire le taux d'amortissement critique du système. Par analogie aux méthodes analytiques, on présente la fonction d'impédance sous la forme suivante :

$$K = K_s [K_j(a_0) + i a_0 C_j(a_0)] \quad (1)$$

Avec,

- K_s , raideur dite « statique » obtenue à fréquence nulle
- a_0 pulsation adimensionnelle
- $j = h, v, r, t$ selon le degré de liberté considéré : h , translation horizontale ; v , pompage ; r , rotation autour des axes horizontaux et t , torsion

Plusieurs conditions contraignent les dimensions du modèle géométrique 3D et la taille de ses éléments. Pour fiabiliser les valeurs d'impédance, la taille des éléments du modèle est déterminée à partir de la vitesse de propagation des ondes de cisaillement V_s et de la fréquence la plus élevée du signal. Pour limiter les effets des frontières, les dimensions du modèle en plan et en profondeur ont été fixées à partir de la fréquence la plus faible.

4 Présentation et analyse des résultats

4.1 Choix des cas types retenus

Nous présentons ci-après, pour 3 degrés de liberté (K_{xx} , K_{zz} et K_{rx}) et pour l'hypothèse $G_{\text{dyn_minimal}}$, les fonctions adimensionnelles $K_j(a_0)$ issues du calcul numérique exact (courbe rouge en trait plein) et celles obtenues par résolution analytique de différents auteurs et pour des cas types (courbes en pointillé). Les cas types sélectionnés sont les suivants (cf. Figure 1) :

- Cas d'une fondation circulaire de rayon r enfouie d'une hauteur D , monocouche d'épaisseur H reposant sur un substratum (cas (1) de la Figure 1) ; $H/r=3$; $D/r=1$; amortissement interne du sol de 5% (travaux de Kausel E., 1974).

- Cas d'une fondation circulaire de rayon r enfouie d'une hauteur D , monocouche d'épaisseur H reposant sur un substratum (cas (1) de la Figure 1); $H/r=2$; $D/r=1$; $d/D=1$; amortissement interne du sol de 5% (travaux de Tassoulas J.L., 1981).
- Cas d'une fondation superficielle circulaire de rayon r , monocouche de vitesse sismique V_{S1} , d'épaisseur H , reposant sur un demi-espace de vitesse sismique V_{S2} (cas (2) de la Figure 1); $H/r=1,0$ et $2,0$; $V_{S1}/V_{S2}= 0,4$ et $0,8$ (travaux de Luco J.E., 1974). Bien que non enfouie, cette référence traite le cas $H/r=1$, et $H/r=2$, valeur qui encadre le cas réel $H/r=1,53$ en translation et $1,75$ en balancement.
- Cas d'une fondation circulaire de rayon r enfouie d'une hauteur D , sur un milieu semi-infini (cas (3) de la Figure 1); $D/r=1$; amortissement interne du sol de 1% (travaux de Apsel R.J. et Luco J.E., 1987).

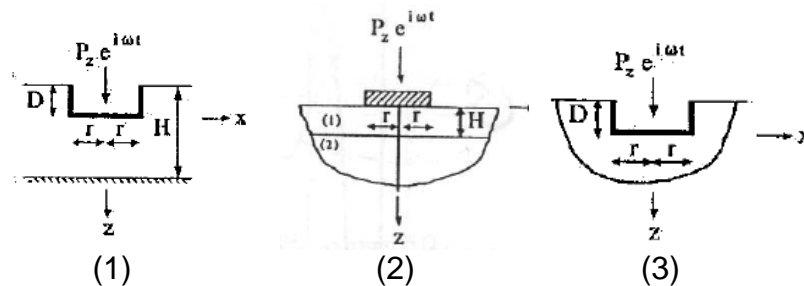


Figure 1 : Schémas types des différentes configurations envisagées : (1) fondation circulaire enfouie, monocouche reposant sur un substratum ; (2) fondation superficielle circulaire, monocouche reposant sur un demi-espace ; (3) fondation circulaire enfouie, milieu semi-infini

Dans la configuration d'une fondation enfouie avec un monocouche reposant sur un demi-espace, nous ne disposons pas de cas traitant la fondation rectangulaire. Nous avons appliqué la méthode de la fondation circulaire équivalente qui consiste à calculer un rayon équivalent obtenu en considérant que la fondation a la même surface que celle du radier pour les mouvements de translation et le même moment d'inertie pour les mouvements de rotation :

- Mouvement de translation : $r_j = 14,8 \text{ m}$
- Mouvement de rotation :
 - o Selon l'axe x : $r_{rx} = 12,9 \text{ m}$
 - o Selon l'axe y : $r_{ry} = 17,3 \text{ m}$

Le niveau du toit du substratum ou bien du demi-espace a été considéré à 22,7 m de profondeur à l'axe du radier. La vitesse sismique des ondes S du substratum sain atteint 480 m/s pour l'hypothèse $G_{\text{dyn_minimal}}$. Le monocouche considéré au-dessus englobe les couches alluviales y compris la couche d'altération du substratum. La vitesse sismique moyenne de ce monocouche atteint 253 m/s (cf.§2), sachant que la plage de variation étant comprise entre 210 m/s pour la partie altérée du substratum et 327 m/s pour les alluvions de type 2.

Le contraste de vitesse entre la couche supérieure (V_{S1} , Rb+All1+All2+Subs_alt) et la couche inférieure (V_{S2} , Subs_sain) reste modéré $V_{S1}/V_{S2} = 0,53$. Dans cette configuration, les modèles basés sur un monocouche reposant sur un demi-espace (travaux de Luco J.E., 1974) sont plus appropriés pour représenter la configuration du projet. Ces modèles ne considèrent pas l'enfouissement de la fondation, ce qui n'est pas problématique car l'enfouissement n'intervient qu'en second ordre pour une sollicitation dans la direction verticale comme peuvent le montrer les travaux de Apsel et al., 1987 (cas du milieu semi-infini, raideurs plus faibles de l'ordre de 50% dans le cas d'un

enfouissement nul, $D/r=0$, par rapport au cas $D/r=1$, mais la forme de la courbe est globalement conservée).

En ce qui concerne la translation horizontale et le balancement, l'enfouissement de la fondation joue un rôle majeur, notamment à basse fréquence, c'est la raison pour laquelle nous retiendrons en priorité les modèles avec enfouissement pour ces degrés de liberté (travaux de Tassoulas J.L., 1981 et Apsel et al., 1987). Nous pourrions observer qu'à fréquence plus élevée l'enfouissement ne joue plus un rôle majeur.

4.2 Présentation des résultats

Nous présentons ci-après, pour le mode de translation verticale $K_v=K_{zz}$, le mode de translation horizontale selon l'axe X $K_h=K_{xx}$ et le mode de balancement selon l'axe X K_{rx} , pour l'hypothèse $G_{dyn_minimal}$, les fonctions adimensionnelles $K_j(a_0)$ issues du calcul numérique exact (courbe rouge en trait plein renommée Reprise Calcul $V_s=253$ m/s) et celles obtenues par résolution analytique des cas types retenus et présentés au §4.1 (courbes en pointillés). Nous rappelons que la pulsation adimensionnelle s'exprime de la façon suivante pour une fondation circulaire : $a_0 = 2\pi fr/V_s$, avec la f , la fréquence de calcul, r le rayon de la semelle et V_s la vitesse des ondes de cisaillement.

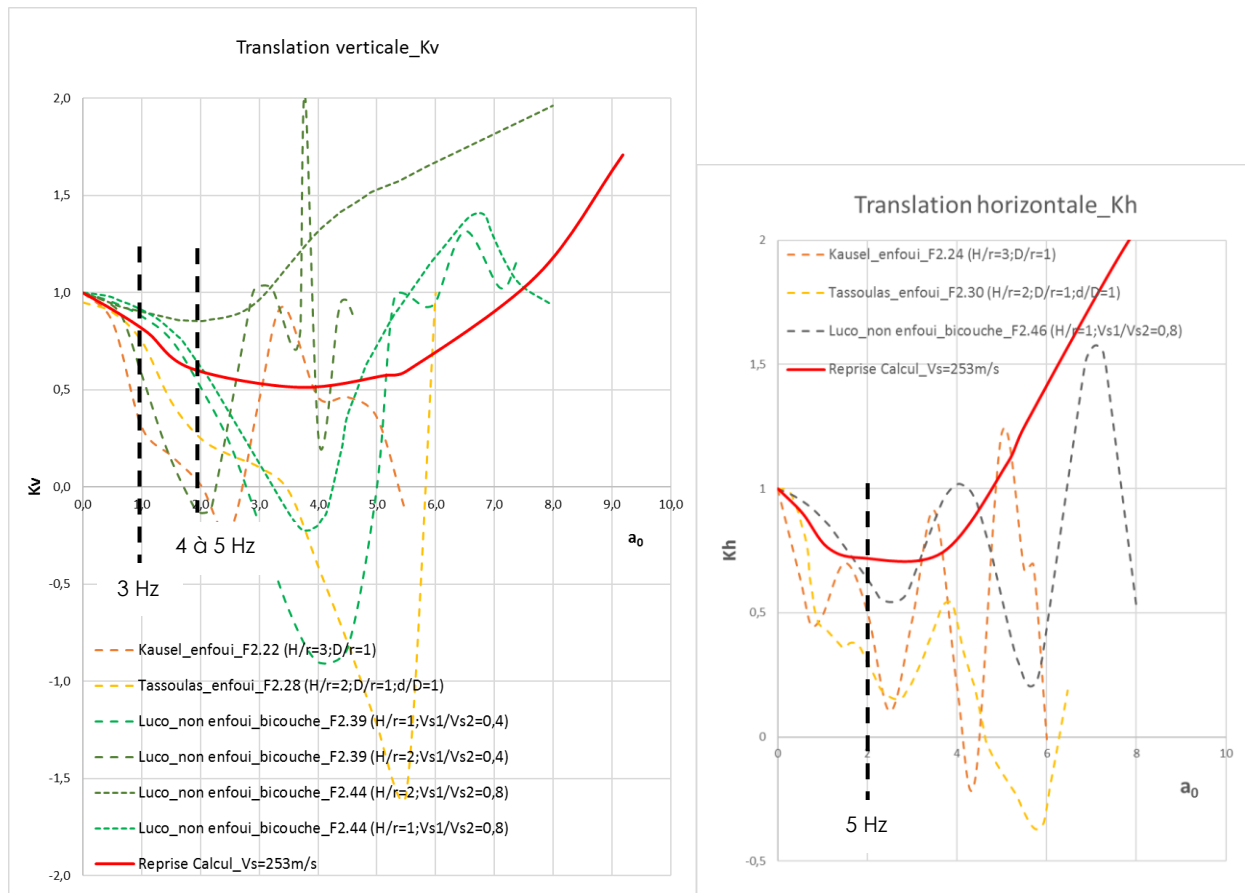


Figure 2 : Terme de raideur adimensionnel de la fonction d'impédance $K_j(a_0)$ pour les modes de translation K_{zz} à gauche et K_{xx} à droite

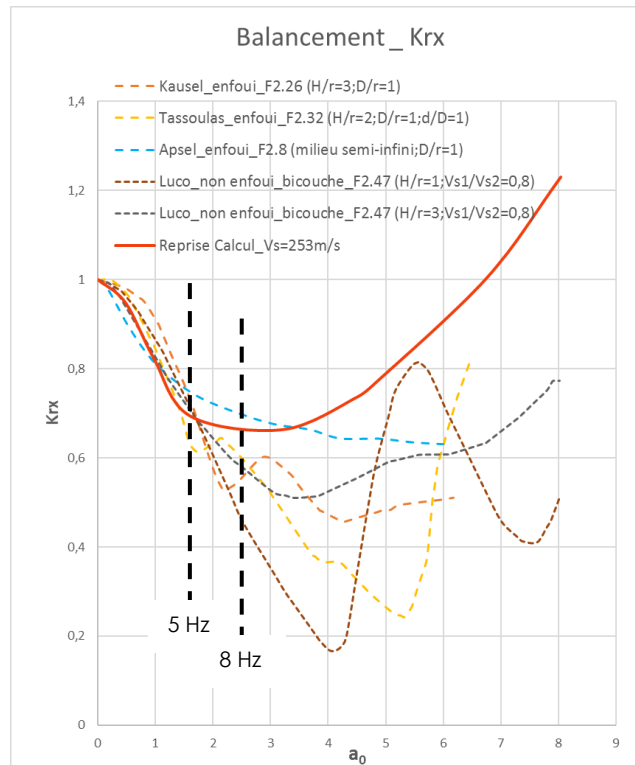


Figure 3 : Terme de raideur adimensionnel de la fonction d'impédance $K_y(a_0)$ pour le mode de balancement selon l'axe X

4.3 Analyse des résultats

Nous pouvons constater sur la Figure 2 et la Figure 3, que la courbe issue du calcul numérique s'inscrit dans celles des cas types bien que ces dernières présentent une forte variabilité. Les principales raisons qui expliquent ces écarts sont les suivantes, par ordre décroissant d'importance :

- La simplification de la lithologie, prise en compte de façon tabulaire dans les modèles à résolution analytique alors que le modèle numérique représente le pendage significatif du toit du substratum (cf. Figure 4). La profondeur et l'inclinaison du toit du substratum sont des paramètres qui influencent de façon significative la forme des courbes d'impédance (il suffit de constater l'écart entre les courbes de Kausel E. (1974) $H/r=3$ et Tassoulas J.L. (1981) $H/r=2$, notamment sur la translation verticale K_v à partir de $a_0 = 2,5$ soit une fréquence de 7 Hz).
- La simplification des couches alluviales en une seule couche de vitesse moyenne 253 m/s pour des vitesses unitaires variant de 210 m/s (Rb et Subs_alt) à 327 m/s (All2) soit une vitesse unitaire variant d'un facteur de 1,6. La propagation des ondes de volume est sensible aux variations de rigidité des couches, notamment à grande fréquence (ce qu'on mettra en évidence ci-après).
- Des paramètres de calcul approchés : H/r , D/r et V_{s1}/V_{s2}

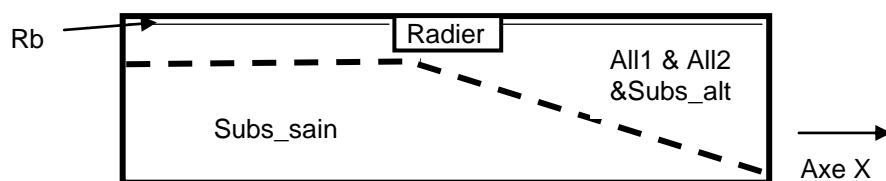


Figure 4 : Coupe verticale au droit du radier

Pour le mode de translation verticale et pour une fréquence comprise entre 0 et 3 Hz environ ($a_0 \approx 1$), comme évoqué au §4.1, la courbe du modèle numérique suit avec une grande similitude celle du cas non enfoui du bicouche (Luco J.E., 1974, $H/r=2$), avec le paramètre $V_{s1}/V_{s2} = 0,4$ (proche de la valeur de 0,53 obtenue lorsqu'on homogénéise la couche alluviale dont la vitesse moyenne est de 253 m/s). La courbe du modèle numérique suit également celle du cas enfoui du monocouche sur substratum (Tassoulas J.L., 1981, $H/r=2$). Au-delà de 4 à 5 Hz ($a_0 \approx 1,5$ à 2), elle tend à s'inscrire entre les deux courbes du cas non enfoui (Luco J.E., 1974, $H/r=1$ et $H/r=2$, pour un H/r réel de 1,53) mais avec le paramètre $V_{s1}/V_{s2} = 0,8$ et elle s'éloigne des 2 cas enfouis du monocouche sur substratum (Kausel E., 1974 et Tassoulas J.L., 1981). A plus grande fréquence, il est normal que les couches alluviales à plus fort contraste de rigidité interagissent, comme c'est le cas de la couche All2 avec une vitesse $V_s=327$ m/s et une épaisseur de 6,5 m, qui correspond à un ratio $V_{s1}/V_{s2} = 0,7$ ($327/480$). La valeur de 4 à 5 Hz correspond à la fréquence fondamentale en compression de la couche alluviale homogénéisée $\left(\frac{3,4}{\pi(1-\nu)}\right) \frac{V_s}{4H} = 1,55 * \frac{253}{4*22,7} = 4,3$ Hz.

Pour le mode de translation horizontale, comme évoqué au §4.1, on présente les courbes des cas avec enfouissement (Kausel E., 1974 et Tassoulas J.L., 1981). A faible fréquence, la courbe du modèle numérique suit approximativement la courbe du monocouche d'épaisseur H reposant sur un substratum (Kausel E., 1974, $H/r=3$ et Tassoulas J.L., 1981, $H/r=2$). A partir de 5 Hz environ ($a_0 \approx 2$), on observe l'influence de la couche All2. En effet, pour des fréquences supérieures, et pour les mêmes raisons que celles évoquées pour la translation verticale, la courbe du modèle numérique tend à rejoindre la courbe du monocouche sur un demi-espace (Luco J.E., 1974, $H/r=1$), avec le contraste de vitesse $V_{s1}/V_{s2} = 0,8$ (l'effet de l'enfouissement intervenant au second ordre). La valeur de 5 Hz correspond à la fréquence fondamentale en cisaillement des deux premières couches alluviales dont l'épaisseur correspond à l'enfouissement de la fondation (Rb+All1), $\frac{V_s}{4H} = \frac{230}{4*11,5} = 5$ Hz.

Pour le mode de balancement selon l'axe X, comme pour le cas de la translation horizontale, on présente les courbes des cas avec enfouissement (Kausel E., 1974, Tassoulas J.L., 1981 et Apsel et al., 1987). Ces trois courbes sont très proches jusqu'à 5 Hz environ ($a_0 \approx 1,6$). Pour des fréquences supérieures à 5 Hz, c'est l'effet du substratum qui explique l'écart entre les courbes de Kausel E. (1974) / Tassoulas J.L. (1981) et celle de Apsel et al. (1987). La courbe du modèle numérique suit en position légèrement inférieure ce faisceau de courbe qui reste relativement étroit, ce qui témoigne la forte influence du substratum. A partir de 8 Hz environ ($a_0 \approx 2,5$), on observe l'influence de la couche All2. En effet, pour des fréquences supérieures, et pour les mêmes raisons que celles évoquées pour la translation verticale, la courbe du modèle numérique tend à rejoindre les deux courbes du monocouche sur un demi-espace (Luco J.E., 1974, $H/r=1$ et $H/r=3$ pour un $H/r_{réel}=1,53$ à l'axe du radier), avec le contraste de vitesse $V_{s1}/V_{s2} = 0,8$ (l'effet de l'enfouissement intervenant au second ordre). La valeur de 8 Hz s'inscrit entre la fréquence fondamentale en compression de la couche alluviale homogénéisée de 4,3 Hz et la fréquence fondamentale en compression de la couche All2 $\left(\frac{3,4}{\pi(1-\nu)}\right) \frac{V_s}{4H} = 1,55 * \frac{327}{4*6,5} = 19,5$ Hz.

5 Conclusions

Pour un radier rectangulaire enfoui dans une formation alluviale reposant sur un substratum relativement peu rigide, le terme adimensionnel de la raideur des fonctions d'impédance issu d'un calcul numérique « exact » (dans le sens où il reproduit exactement la lithologie du sous-sol et la géométrie de l'ouvrage) a été comparé à celui de calculs issus d'une résolution analytique pour des cas types simplifiés. L'objectif de cet article est de montrer l'influence, sur la raideur du sol, du contraste de rigidité qui peut exister au sein même d'une couche meuble surmontant une couche plus rigide. Les réponses analytiques issues de cas types sélectionnés présentent un faisceau de courbes qui englobe la réponse numérique exacte et ce pour chaque degré de liberté étudié (deux modes de translation, vertical et horizontal, et un mode de basculement). C'est le mode de translation verticale qui présente la plus grande variabilité des courbes notamment à haute fréquence. La comparaison avec les cas types met en évidence la forte influence de la sous-couche alluviale rigide (All2) sur la raideur du sol, pour chacun des modes étudiés et après avoir dépassé la fréquence fondamentale du sol. D'autre part, pour le mode de pompage, il est important d'évaluer correctement la vitesse sismique du substratum notamment lorsque celle-ci est faible comparativement à celle des couches supérieures. Dans ce cas, ce substratum ne peut pas être considéré comme étant infiniment rigide, il convient alors de le considérer comme une couche de sol avec sa vitesse propre. Enfin, on notera le pendage particulier du substratum et les rigidités propres de chacune des couches alluviales qui induisent des phénomènes particuliers de propagation des ondes de déplacement.

6 Références bibliographiques

- Apsel R.J. and Luco J.E (1987). Impedance Functions for Foundations embedded in a layered Medium: an Integral Equation Approach. *Earthquake Engrg. and Structural Dynamics*, Vol.15, pp 213-231.
- Farvacque M., Gantenbein F. (1983). Soil Structure Interaction – A general method to calculate soil impedance. CEA, CEN Saclay, K8/7, pp.43-49.
- Gazetas G. (1983). Analysis of machine foundation vibrations: state of the art. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol.2, No.1, pp.2-42.
- Gazetas G. (1991). Foundation Vibrations. *Foundation Engineering Handbook* 2nd edition, pp.553-593.
- Kausel E. (1974). Forced vibrations of circular foundations on layered media. MIT, Research Rep. R 74-11.
- Luco J.E. (1974). Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium. *Nuclear Engineering and Design*, vol.31, pp.204-217.
- Luco J. E. (2004). Approximate External Boundaries for Truncated Models of Unbounded Media. *Proceedings Third UJNR Workshop on Soil-Structure Interaction*, California, USA, 36 pages.
- Pecker A. (1984). *Dynamique des sols*. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 259 pages.
- Seed B. et al. (1984). Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils. *Earthquake engineering research center*, Report n° UCB/EERC-84/14, 48 pages.
- Sieffert J.G., Cevaer F. (1992). *Manuel des fonctions d'impédance, fondations superficielles*. Ouest Editions, Nantes, 180 pages.
- Tassoulas J.L. (1981). *Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Media*, MIT, Research Rep. R81-2.

Vucetic M., Dobry R. (1991). Effect of soil plasticity on cyclic response. *Journal of geotechnical engineering*, vol.117, pp.89-107.